

Matematičke igre

Josipa Matotek, Ivanka Stipančić-Klaić

Građevinski fakultet Osijek

Sažetak

U članku je dana podjela računalnih matematičkih igara s opisanim pripadnim primjerima. U nastavku je kratki pregled dosadašnjih znanstvenih istraživanja na području primjene računalnih igara u nastavi matematike s osvrtom na njihov utjecaj na matematičko znanje, spoznajnu, metaspoznajnu, ali i motivacijsku komponentu. Razmatrana je i veza između računalnih igara i spola.

Povezanost matematike i igre

Iako se prva znanstvena promišljanja o igri pojavljuju krajem 19. i početkom 20. stoljeća poznato je da je igra praktički jednako stara kao i čovječanstvo. Igru je teško eksplicitno definirati jednom rečenicom i obuhvatiti svu širinu toga pojma. Za igru se kaže da je intelektualna ili fizička aktivnost jedne ili više osoba koja služi za razonodu i zabavu. [1] Sam smisao igre je postići neki cilj poštivajući njezina unaprijed definirana pravila. Za što bolji uspjeh u igri je ključna motivacija, interakcija među sudionicima, a u mnogim igrama prisutan je i element sreće. Stoga su igre korisne i važan su dio našeg intelektualnog i socijalnog razvoja osobito u djetinjstvu. Posebno se mogu izdvojiti edukacijske igre koje sudionike potiču na usvajanje novih vještina i znanja.

S jedne strane, smatra se kako je matematika najstarija, kompleksna znanost koja proučava aksiomatski definirane strukture koristeći matematičku logiku. [2] Međutim, mnogi matematičari bi matematiku opisali potpuno drugačije. Univerzalna definicija matematike ne postoji, nego se mijenjala kroz vrijeme. Matematika je svakako instrument u istraživanju svijeta, određeni model razmišljanja, ona je često izazov i u službi umjetnosti, no, matematika je i igra. Čest je bio slučaj u povijesti matematike da su zanimljiva pitanja razmatrana kroz igru prerasla u prave matematičke probleme koji su doveli do novih modela razmišljanja. Npr. Kakeya (1919): "Koja je minimalna ploha u ravnini takva da se igla duljine 1 može neprekidno okretati unutar te površine?", zatim Fermat i magični kvadrat. Veza između igre i matematike je i obrnuta, puno je matematičkih modela koji su primijenjeni u raznim igrama, bilo za njihovo kreiranje ili rješavanje, npr. Teorem 4 boje, Ravey-ev teorem, Helly-ev teorem. S napretkom tehnologije, postavlja se pitanje jesu li i koliko računalne aktivnosti korisne u nastavi matematike.

Korisnost igrice je mnogostruka, nabrojimo neke su očigledne i opće poznate:

- motivacija za učenje se znatno povećava (Rosas 2003.)
- stvara se pozitivan stav prema matematici, manji je strah od neuspjeha
- razvija se maštovitost, kreativnost, logičko razmišljanje i zaključivanje, poboljšava pamćenje i pronicljivost
- potiče se brže donošenje odluka
- kroz igru se omogućuje korištenje i isprobavanje različitih strategija
- povratna informacija je dostupna odmah
- pospješuje se povezivanje i primjena različitih područja matematike
- omogućuje se samoocjenjivanje, jer se u mnogim igrama prije samog početka bira razina opterećenja od lake prema sve težoj
- igre se mogu provoditi i u školi i kod kuće
- povećava se samopuzdanje i neovisnost, djeca mogu igrati neovisno od učitelja, a to ih dodatno motivira.

Osim pozitivnih, ne treba smetnuti s uma i negativne aspekte:

- nepravilno doziranje igara - bitno je odrediti pravu količinu vremena koju djeca provode u računalnim igrama i izbjeći socijalno negativne utjecaje,
- jezična barijera, jer prevladavaju igre na engleskom jeziku. Međutim, ovaj nedostatak donosi i dobrobit – jača motivacija za učenje engleskog jezika.

Vrste matematičkih igara

Igre, prije svega, možemo podijeliti na komercijalne i nekomercijalne koju su besplatno dostupne na webu. Neke od komercijalnih igara nude mogućnost besplatnog probnog perioda. Komercijalne igre (i aktivnosti) često su bolje sistematizirane, preglednije, posložene po područjima matematike, po dobi, nude razne nagrade za pređene nivoe.

Spomenimo i "igre" koje to zapravo i nisu, iako također služe unaprjeđenju nastave, to su često uobičajeni zadaci u digitalnom obliku. (npr. matematičke aktivnosti na <http://www.ixl.com/>)

Nadalje, može se promatrati klasifikacija igara s obzirom na aktivnosti igrača uz opis matematičkih principa koji su potrebni za svladavanje te grupe igara.

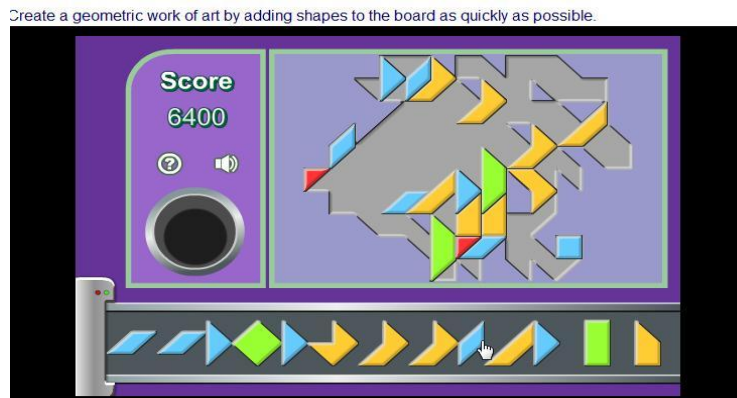
- **UTRKE** Najčešće su to igre u kojima je igrač vremenski ograničen. Ove igre zahtijevaju malo ili nimalo strategije. Nisu primjerene mlađoj djeci, ali mogu poticati i razvijati brzinu razmišljanja, zaključivanja i donošenja odluka. Mogu biti dizajnirane tako da

se fokusiraju na razvijanje točno određene matematičke vještine, npr. aritmetičkih operacija. Na primjer, igra na sl.1. se može igrati samo protiv računala, ili protiv drugih igrača. Cilj igre je prvi prijeći ciljnu liniju, skuter se pomiče onoliko brzo koliko brzo se rješavaju zadani aritmetički zadaci.



Slika 1: igra na <http://www.arcademicskillbuilders.com/games/jetski/jetski.html>

- **IGRE STRATEGIJE** U ovakvim igrama igrači analiziraju svoje poteze i uočavaju uzorke koji vode do pobjede.
 - *geometrijske:* Igrač razmješta geometrijske likove na ploči uz pretpostavljene uvjete. Uz igre ovog tipa razvija se geometrijska percepcija, uočavaju se prostorni odnosi, a primjerene su za djecu od 10-tak godina nadalje. Na sl.2 primjer je igre u kojoj je cilj danim geometrijskim likovima što više ispuniti zadanu površinu. Trajanje igre je ograničeno, igra završava kada se pokretna traka ispuni neiskorištenim likovima.



Slika 2: igra na http://www.mathplayground.com/shape_inlay.html

- *numeričke:* Mnogi bi odmah rekli da je najpoznatija numerička igra suduku, ali na webu je i veliki broj jednako primamljiv drugih oblika numeričkih igara. Njima je zajedničko kombiniranje brojeva (bilo uzimajući u obzir samo njihovu veličinu ili koristeći i aritmetičke operacije), te analiza različitih situacija koje imaju različite ishode te odabir najpovoljnije. U primjeru na sl.3 cilj igre je pokriti što veći teritorij svojom bojom, pri čemu je crvena boja uvijek igra prva, iako igrač prije početka igre izabire boju. Nadalje, bitna

je i suma brojeva na teritoriju koji predstavljaju količinu vojnika. Strateški razmještajući svoje "vojnike" moguće je i zauzeti protivnički teritorij.



Slika 3: igra na <http://www.memory-improvement-tips.com/free-turn-based-strategy-game.html>

- *KARTAŠKE IGRE I IGRE S KOCKAMA* Osnove ovih igara leže u pravim igrama, međutim, one su modificirane za korištenje uz pomoć računala, ali i često oblikovane tako da razvijaju neke matematičke vještine, poput računskih operacija, baratanje razlomcima, usvajanja pojmova postotka. U ovakvim igrama veliki element uspjeha igra i sreća te taj element daje šansu i slabijim učenicima da ostvare bolje rezultate.

- *IGRE SPARIVANJA* Ove igre su pogodne od najmlađe dobi, temelje se na uočavanju istih (ili moguće je i suprotnih ovisi od koncepcije igre) svojstava te osim razvijanja opažanja pospješuju i kratkotrajnu memoriju. One ne zahtijevaju (ili jako malo) strategiju. U sljedećem primjeru na sl. 4 vidimo igru u kojoj se svakim točnim sparivanjem



puni gorivo raketi. Sparuju se postotci, razlomci i grafički prikaz iste vrijednosti.

Slika 4: igra na <http://pbskids.org/cyberchase/games/percent/>

- *IGRE SIMULACIJE* Ovakva vrsta igara je najkompliciranija, kako u izradi tako i u igri, jer zahtjeva od igrača maksimalnu angažiranost. Međutim, igračima su one često i najizazovnije, ali i najzanimljivije. Takve igre izuzetno razvijaju strategiju, logička razmišljanja i zaključivanja. Hopkins i Dorsey (1992) tvrde da se u ovakvim igrama matematičko učenje optimizira i da one stimuliraju razvoj metaspoznajnih vještina za analizu i organizaciju podataka, provjeravanje odgovora, primjenu matematičkog znanja na svakodnevne aktivnosti.

Bitno je uočiti da je mnoge igre teško svrstati samo u jednu od nabrojanih kategorija jer se one međusobno isprepliću. Tako npr. igre sparivanja često se mogu provoditi baš uz pomoć karata. Osim ovakve kvalifikacije, češće se na webu igre svrstavaju prema uzrastu djece ili i po dobi i po područjima matematike.

Istraživanja o računalnim igrama u nastavi matematike

U SAD-u je intenzivirano uključivanje igranja računalnih igara u okviru nastave, te praćenje postignutih nastavnih rezultata i uočavanje međusobne povezanosti. S. Kim i M. Chung u [7] daju kratki pregled dosadašnjih istraživanja i predstavljaju svoje ispitivanje. Prema DeBellu i Chapmanu 2004. godine čak 56% djece predškolske i školske dobi u SAD-u igra računalne igre. Uvidjevši da popularnost računalnih igara raste nastavnici i roditelji su shvatili da igre mogu biti efikasno i zabavno sredstvo za učenje. Ipak, dosadašnja istraživanja daju oprečne rezultate. S jedne strane istraživanja Vogela (2006.) i skupine autora Annetta, Mangrum, Holmes, Collazo i Chang (2009.) potvrđuju da su računalne igre korisne. S druge strane Ke [8] u svom istraživanju nije potvrdio bolju uspješnost u učenju uz korištenje računalnih igara u odnosu na tradicionalno učenje matematike. No, svi se slažu da i dalje treba istraživati i da dosadašnja istraživanja nisu dostatna.

Johnson (1996) predlaže upotrebu različitih razrednih ciljanih struktura u istraživanjima: suradnička, natjecateljska i pojedinačna. Pri čemu se pod pojmom razrednih ciljanih struktura misli na način na koji učenici međusobno surađuju.

Pregled jednog istraživanja o povezanosti računalnih igara i uspjeha u rješavanju matematičkih problema

F. Ke [8] u svom članku detaljno opisuje istraživanje o međusobnoj povezanosti upotrebe računalnih igara u nastavi matematike i klasičnog uvježbavanja u odnosu na različite ciljane skupine. Pročavao je utjecaj spola, socijalno-ekonomskog statusa i matematičkog predznanja. Ispitivano je 487 učenika, odnosno nakon osipanja 358 učenika petih razreda.

Eksperiment se provodio tijekom 4 tjedna u školama u SAD-u. U istraživanju su ispitivana spoznajna postignuća učenika, metaspoznaja i motivacija (očekivanja, ciljevi, razmišljanja o važnosti i zanimljivosti zadataka te emocionalne reakcije). Tijekom igranja učenike se poticalo na glasno razmišljanje.

Učenici su igrali četiri igre pod nazivom *Astra Eagle*, koje nisu dostupne javnosti. To su matematičke igre u kojima se mjeri, uspoređuju brojevi (pr. *Let balonom*), rješavaju jednostavne jednadžbe, unose koordinate točaka (pr. *Lov na blago*). U originalnoj inačici učenik je igrao sam protiv računala, no igre su prilagođene tako da su mogli igrati dva vršnjaka i uspoređivati rezultate (naglasak na natjecanju i suparništvu) ili grupa protiv druge grupe igrača (naglasak igre na međusobnoj suradnji).

Ispitanici su nasumično podijeljeni u šest skupina. U tri skupine se koriste računalne igre, a u preostale tri standardno uvježbavanje. Nadalje, svaka od ove tri skupine je različita po razrednoj ciljnoj strukturi, tj. po jedna je individualistička, suradnička i natjecateljska. Skupine koje su igrale računalne igre su to radile dva puta tjedno po jedan školski sat kroz 4 tjedna. U to vrijeme tri preostale skupine rješavaju zadatke klasično - zadane na papiru iz iste tematske cjeline.

Na početku istraživanja su postavljene tri hipoteze [8]. U nastavku uz dane hipoteze dajemo i pregled rezultata istraživanja.

Hipoteza 1: Poslije igranja računalnih igara učenici će postizati bolje rezultate na matematičkim testovima od učenika koji su učili klasičnim metodama. Međutim, pokazalo se da računalne igre razvijaju pozitivan stav prema učenju, ali u spoznajnom i metaspoznajnom smislu nije bilo značajnih razlika u postignutim rezultatima između grupa koje su koristile računalne igre i one koje su provodile standardno uvježbavanje.

Hipoteza 2.1: Suradnički način rada u usporedbi s druga dva (individualistički i natjecateljski) više utječe na spoznajne, metaspoznajne, i motivacijske rezultate pri učenju matematike. Navedena hipoteza je samo djelomično potvrđena. Naime, suradnički način rada u odnosu na preostala dva je značajno učinkovitiji u stvaranju pozitivnog stava prema matematici. Međutim, individualistički pristup je značajno dao bolje rezultate u samim matematičkim testovima, pri čemu su preostala dva oblika imala približno isti rezultat. Dok u metaspoznajnom smislu nema bitnih razlika u primjeni sve tri razredne ciljane strukture.

Hipoteza 2.2: Skupina koja je koristila računalne igre i suradnički način rada u usporedbi s preostalih 5 skupina daje bolje rezultate u spoznajnim, metaspoznajnim i motivacijskim matematičkim ishodima. Pokazano je da je i ova hipoteza djelomice točna. Navedena skupina je pokazala bolje rezultate u pozitivnijem stavu prema matematici od

preostalih 5. Međutim, skupina koja je koristila računalne igre, ali s individualnim pristupom ima nešto bolje rezultate (ali ne statistički značajne) u odnosu na preostalih 5 skupina u spoznajnom smislu. I u ovom slučaju kao i do sada nema značajnih razlika u skupinama u metaspoznajnom ishodu.

Uočeno je kako spol i socijalno-ekonomski status nije bitno utjecao na rezultate ispitivanja. Mogući razlog nemogućnosti povezivanja karakteristika ispitanika s ishodima istraživanja navodi se mali uzorak, odnosno mali broj ispitanika u svakoj podgrupi.

Veza između računalnih igara i spola

Osim utjecaja korisnosti matematičkih računalnih igara na znanje matematike, znanstvenike zanima i kakva je veza igara i spola ispitanika. Agosto (2004) je pokazao da djevojčice i dječaci predškolskog uzrasta pokazuju interes za iste igre. Međutim, djevojčicama u ranoj školskoj dobi ili nešto kasnije počinje opadati interes za igre. Young i Upitis u svojoj studiji 1999. zaključuju kako dječaci u dobi od 8-12 godina igraju igre češće i duže u odnosu na djevojčice i u slobodno vrijeme rado govore o igrama. Kizie i Joseph 2008. u svom ispitivanju pokazuju da više od 80% dječaka igra igre, naspram samo 30% djevojčica srednjoškolske dobi. Djevojčice izrazito više zanimaju kreativne i istraživačke igre, a dječake strateške igre i igre akcije. Hartmann i Klimmt 2006. otkrivaju da ispitanici ženskog spola uživaju u igrama u kojima mogu iskoristiti socijalnu povezanost, ali znatno manje ih privlače igre natjecateljskog tipa za razliku od ispitanika muškog spola u dobi od 12-19 godina. Međutim, bez obzira na motivaciju općenito se pokazalo da nema bitne razlike u korištenju računalnih igara u spoznajnim ishodima s obzirom na spol. Ali, ipak Kim i Chang u [7] su u svom istraživanju uočili razliku s obzirom na spol, djevojčice 4. razreda su imali znatno lošije rezultate matematičkog ispitivanja u odnosu na dječake iste dobi. Zanimljivo je istaknuti i sljedeći rezultat: dječaci koji su svakodnevno igrali igre su pokazali značajno lošije matematičke rezultate od onih koji su igre igrali povremeno ili nikad.

Zaključak

Iz kratkog pregleda danih istraživanja možemo zaključiti da učenici koji igraju računalne igre su više motivirani za učenje matematike, nego kada uče na klasičan način. U nekim studijama je pokazano je da učenici koji igraju računalne igre postižu bolje matematičke rezultate od onih koji ne igraju igre. Međutim, za generalizaciju ovog zaključka neophodno je provesti još dodatnih ispitivanja. Slično tome mnoge studije jasno ukazuju na

različit pristup i interes prema igrama u odnosu na spol, ali su rezultati oprečni o utjecaju računalnih igara u postizanju boljih matematičkih rezultata s obzirom na spol.

Dakle, lako se zaključuje kako računalne igre mogu postati interesantno i vrlo poticajno pedagoško-didaktičko sredstvo za usvajanje znanja u školama. Zanimljivo je i za istaknuti kako su sve promatrane studije rađene izvan Hrvatske, te da tako nešto ne postoji na razini naše države. Ovdje vidimo veliki posao u budućnosti: osmišljavati igre namijenjene ciljanim skupinama učenika, tehnički izrađivati i usavršavati igre, uključivati igre u nastavni proces, testirati i vrednovati pojedine igre te kontinuirano pratiti rezultate.

Popis literature

1. <http://hr.wikipedia.org/wiki/Igra>
2. <http://hr.wikipedia.org/wiki/Matematika>
3. <http://www.arcademicskillbuilders.com/games/jetski/jetski.html>
4. http://www.mathplayground.com/shape_inlay.html
5. <http://www.memory-improvement-tips.com/free-turn-based-strategy-game.html>
6. <http://pbskids.org/cyberchase/games/percent/>
7. Kim, S. & Chang, M. *Computer Games for the Math Achievement of Diverse Students, Educational Technology & Society*, 13 (3), str. 224-232, 2010.
8. Ke, F. *Computer Games Application within Alternative Structures: Cognitive, Metacognitive and Affective Evaluation*, 2008.
9. Way, J. *Learning Mathematics Through Games*, <http://nrich.maths.org/2546>